OPCIÓN A

Problema 1.

1.- Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un período de 0,2 s y se propaga en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 30 m/s. En el instante t = 0, la partícula de la cuerda en x = 0 tiene una elongación negativa de 0,02 m y una velocidad de oscilación negativa de 2 m/s.

a) ¿Cuál es la amplitud de la onda? ¿Y la fase inicial?
b) ¿Cuál es la velocidad de oscilación máxima de un punto de la cuerda?
c) Escriba la ecuación de la onda correspondiente.

Solución:

T = 0.2 s; v = 30 m/s

a) $Y(x,t) = Asen(\omega t + Kx + \varphi_0)$; $V(x,t) = A\omega cos(\omega t + Kx + \varphi_0)$

En el instante inicial tenemos:

$Y(0,0) = -0.02 = Asen\varphi_0$

$V(0,0) = -2 = A\omega cos\varphi_0$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 10\pi$ rad/s

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{-0.02}{-2} = \frac{A\ sen\varphi_0}{A\ 10\pi cos\varphi_0} \rightarrow tg\varphi_0 = 0.1\pi$$

Con lo que tenemos: $\varphi_0 = 0.305\ rad$ y $A = 0.067\ m$

b) $V_{max} = \pm A\omega = \pm 0.067 \cdot 10\pi = \pm 2.10\ m/s$

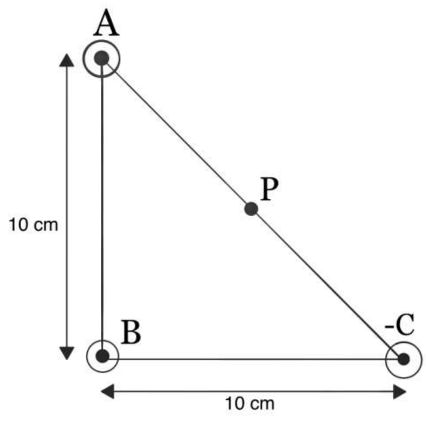
c) $\lambda = v \cdot T = 30 \cdot 0.2 = 6\ m$; $K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ rad/m

$$Y(x,t) = 0.067sen\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}x - 0.305\right)$$

Problema 2.

Tres cargas eléctricas puntuales se encuentran en los vértices A, B y C de un triángulo, como se indica en la figura. Las cargas en A y B son de 1nC, mientras que la carga en C es de -1nC. Determine:

a) La fuerza electrostática que ejerce la carga que está en A sobre la carga que está en B.
b) El campo electroestático creado por las tres cargas en el punto P (punto medio del segmento AC).
c) La energía necesaria para desplazar hasta el punto P la carga que está en C, en presencia de las otras dos cargas.



Datos: K =$9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2

Solución:

Datos:

$Q_A = Q_B = 1 \cdot 10^{-9}[C]$ $\qquad D_{AC} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}[cm] = 0.1\sqrt{2}[m]$

$Q_C = -1 \cdot 10^{-9}[C]$ $\qquad D_{AP} = D_{AC}/2 = 0.05\sqrt{2}[m]$

a) La fuerza electrostática viene dada por la Ley de Coulomb:

$$\vec{F}_{A\to B} = K\frac{q_A \cdot q_C}{r^2}\vec{u}_r$$

Sustituyendo el valor de las cargas (atendiendo a su signo) y la distancia que las separa obtenemos:

$$\vec{F}_{A\to B} = K\frac{q_A \cdot q_C}{r^2}\vec{u}_r \ = 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-9}\cdot(-1\cdot 10^{-9})}{\left(0.1\sqrt{2}\right)^2}\vec{\imath} \ = -4.5\cdot 10^{-7}\vec{u}_r \ \ (N)$$

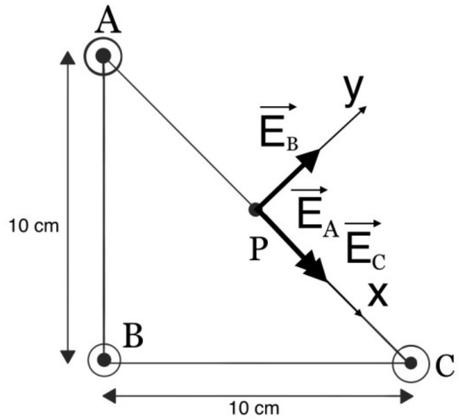
($\vec{u}_r$: vector unitario en la dirección de AB y en el sentido de A a B.)

b) $\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$

El módulo del campo creado por las tres cargas en el punto P será el mismo, debido a que tienen la misma carga en valor absoluto y están a la misma distancia del punto P.

Estableciendo un sistema de referencia centrado en el punto P y orientado como indica el dibujo, tenemos:

El campo creado por la carga A en el punto P será entonces:



$$\vec{E}_A = 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-9}}{(0.05\sqrt{2})^2}\vec{\imath} = 1800\,\vec{\imath}\,(\tfrac{N}{C})$$

Y, por lo comentado

$$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_B| = |\vec{E}_C| \quad \vec{E}_A = E_A\hat{\imath} \quad \vec{E}_B = E_A\hat{\jmath} \quad \vec{E}_C = E_A\hat{\imath}$$

El campo total será entonces la suma de las contribuciones.

$$\vec{E}_T = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = 2E_A\hat{\imath} + E_A\hat{\jmath} = 3600\hat{\imath} + 1800\hat{\jmath}[N/C])$$

(Nota. Si el sistema coordenado se selecciona con los ejes en la dirección horizontal y vertical, los apartados b queda como:

$$\vec{E}_T = 2\,\vec{E}_A + \vec{E}_B = 2\,E_A\,sen\,\theta\,\vec{\imath} - 2\,E_A\cos\theta\,\vec{\jmath} + E_A\cos\theta\,\vec{\imath} + E_A\,sen\,\theta\,\vec{\jmath} = E_A\frac{\sqrt{2}}{2}(3\,\vec{\imath} - \vec{\jmath}) =$$

$$= 1800\frac{\sqrt{2}}{2}\,(3\,\vec{\imath} - \vec{\jmath})\,\left(\frac{N}{C}\right) = 3818.38\,\vec{\imath} - 1272.79\vec{\jmath}\,\left(\frac{N}{C}\right)$$

Fin de la nota)

c) La energía (trabajo) para mover la carga C hasta el punto P está relacionado con el potencial creado por las restantes cargas en dicho punto. Dicho potencial lo podemos calcular como $V_P = V_{AP} + V_{BP}$ donde $V_{AP} = V_{BP}$ ya que ambas tienen la misma carga y están a la misma distancia, así pues:

$$V_P = 2(V_{AP}) = 2\left(K\frac{q}{r}\right) = 2\cdot 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-9}}{0.05\sqrt{2}} = 254.56\,V$$

Para el punto C tenemos:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-9}}{0.1\sqrt{2}} + 9\cdot 10^9\frac{1\cdot 10^{-9}}{0.1} = 153.64\,V$$

Con lo que:

$$Energía = W_{C,C\to P} = q(V_C - V_P) = -1\cdot 10^{-9}(153.54 - 254.56) = 1.01\cdot 10^{-7} J$$

Cuestión 1.

1.- Dos satélites idénticos A y B están moviéndose en órbitas circulares de distinto radio ($R_A < R_B$) alrededor de la Tierra. Razone, a partir de las ecuaciones apropiadas, cuál de los dos se mueve a mayor velocidad y cuál con mayor periodo. Justifique las respuestas.

Solución:

Atendiendo a la ecuación de la velocidad orbital, tenemos que:
$V_{orb} = \sqrt{G\frac{M}{R}}$, y si aumentamos el radio R de la órbita, la velocidad orbital disminuye. Por tanto, el satélite con mayor radio orbital (R_B) o el más alejado se mueve con menor velocidad o más despacio.

Atendiendo a la ecuación del periodo, tenemos:
$R^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2 \to T^2 = kR^3$, y si aumentamos el radio R de la órbita, el periodo aumenta. Por tanto, el satélite con mayor radio orbital (R_B) o el más alejado tiene un periodo mayor o tarda más tiempo en recorrer su órbita.

Cuestión 2.

2.- Un rayo láser de $5{,}50\cdot 10^{-11}$ m de longitud de onda emite, en el aire, luz monocromática verde. Desde el aire se hace incidir el haz sobre un bloque de vidrio. Si el ángulo de incidencia es de 40º y el de refracción es de 25º, ¿cuál es el índice de refracción del vidrio? ¿Cuál es la longitud de onda de la luz láser en el vidrio?

Solución:

A partir de la ley de Snell para la refracción tenemos que:

$$n_1 sen\alpha_i = n_2 sen\alpha_r \to 1\cdot sen(40) = n_2 sen(25) \to n_2 = \frac{sen(40)}{sen(25)} = 1.52$$

Por otro lado, la longitud de onda se puede calcular a partir de la expresión: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\nu\lambda_1}{\nu\lambda_2}$, donde se ha tenido en cuenta que la frecuencia de la luz no varía al cambiar esta de medio. Despejando de la relación anterior,

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2}\lambda_1 = \frac{1}{1.52}5.50\cdot 10^{-11} = 3.61\cdot 10^{-11}\ m$$

Cuestión 3.

3.- Determine la energía cinética de un electrón, expresada en eV, cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda de un fotón de energía 10^4 eV.
Datos: $h=6{,}63\cdot 10^{-34}$ J s; $c=3\cdot 10^8$ m s^{-1}; $m_e=9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg; 1 eV = $1{,}6\times 10^{-19}$ J

Solución:

A partir de la ecuación de la energía de un fotón podemos calcular su longitud de onda.

$$E_{foton} = h\frac{c}{\lambda_{foton}} \to \lambda_{foton} = \frac{hc}{E_{foton}} = \frac{6.63\cdot 10^{-34} 3\cdot 10^{8}}{10^{4}\cdot 1.6\cdot 10^{-19}} = 1.243\cdot 10^{-1}\ [m]$$

Utilizaremos la ecuación de la longitud de onda de DeBrolgie para el electrón y, considerando $\lambda_e = \lambda_{foton}$, determinamos la velocidad del electrón.

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \to v_e = \frac{h}{m_e \lambda_e} = \frac{6.63\cdot 10^{-34}}{9.1\cdot 10^{-31} 1.243\cdot 10^{-1}} = 5.86\cdot 10^{6}[m/s]$$

Finalmente, la energía cinética del electrón (con las condiciones solicitadas), viene dada por:

$$E_{c,e} = \frac{1}{2}m_e v_e^2 = \frac{1}{2}9.1\cdot 10^{-31}\cdot (5.86\cdot 10^{6})^2 = 156.245\cdot 10^{-19}\, J$$

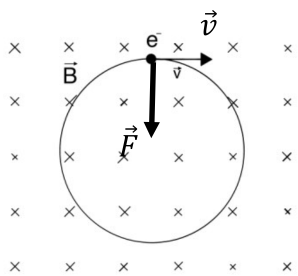
que en eV queda: $E_{c,e} = \frac{156.245\cdot 10^{-19}}{1.6\cdot 10^{-19}} = 97.653\ eV$

Cuestión 4.

4.- Un electrón recorre un círculo que se encuentra en el interior de una región donde hay un campo magnético uniforme de $2\cdot 10^{-4}$ T. El plano que contiene el círculo es perperdicular al campo magnético y el electrón se mueve con una energía cinética de 3 eV. Calcule el radio de la órbita e indique en un dibujo: el círculo, el vector campo magnético, el vector fuerza magnética y el vector velocidad del electrón en un punto de la trayectoria.
Datos: $e^- = 1{,}60\cdot 10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}11\cdot 10^{-31}$ kg ; 1 eV = $1{,}60\cdot 10^{-19}$ J

Solución:

El radio de la órbita de un electrón en un campo magnético viene dado por la expresión:



$$R = \frac{mv}{qB}$$

Por otro lado, la velocidad la podemos despejar de la ecuación de la energía cinética,

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 3\cdot 1.6\cdot 10^{-19}}{9.1\cdot 10^{-3}}} = 1.03\cdot 10^{6}[$$

con lo que el radio será:

$$R = \frac{9.1\cdot 10^{-31}\cdot 1.03\cdot 10^{6}}{1.6\cdot 10^{-19}\cdot 2\cdot 10^{-4}} = 0.029[m]$$

OPCIÓN B

Problema 1.

1.- Una lente convergente forma, de un objeto, una imagen real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto que en la situación anterior. Determine:

a) La distancia focal imagen y la potencia de la lente.
b) La distancia del objeto a la lente en las dos situaciones comentadas. Las respectivas distancias imagen.
c) Los trazados de rayos correspondientes.

Solución:

La relación entre las distancias objeto de las dos situaciones (1 y 2) es: $s_1 = -3 + s_2$

Situación 1:

la imagen es real, invertida y aumentada 4 veces, y el aumento lateral $\beta_1 = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1} = -4 \Longrightarrow s_1' = -4s_1$

$$\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{-1}{4s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow \frac{-5}{4s_1} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow s_1 = -\frac{5}{4}f'$$

Situación 2:

si la imagen es virtual, derecha y aumentada 4 veces y el aumento lateral $\beta_2 = \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2} = 4 \Longrightarrow s_2' = 4s_2$.

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{4(s_1+3)} - \frac{1}{s_1+3} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow \frac{-3}{4(s_1+3)} = \frac{1}{f'} \Longrightarrow s_1 = -\frac{3}{4}f' - 3$$

a) Teniendo en cuenta que la focal en las dos posiciones es la misma, ya que es la misma lente, tenemos lo siguiente:

$$-\frac{5}{4}f' = -\frac{3}{4}f' - 3 \Longrightarrow -5f' = -3f' + 12 \Longrightarrow f' = 6[cm]$$

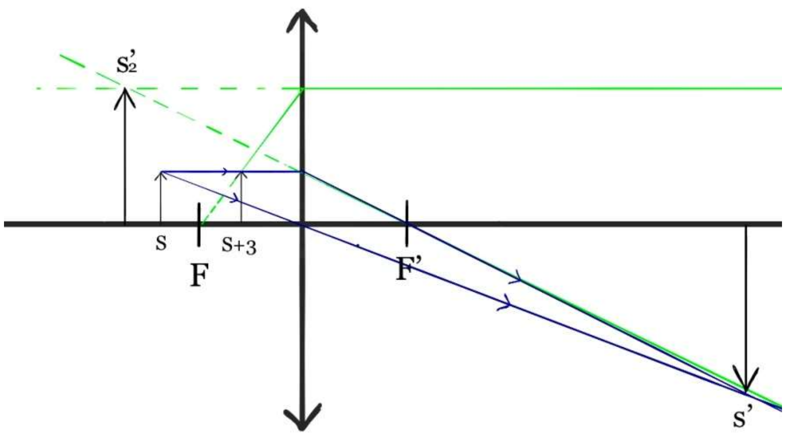
b) Las distancias objeto en ambos casos serán:

$s_1 = \frac{-5f'}{4} = \frac{-3}{4} = -7{,}5[cm]$ y $s_2 = s_1 + 3 = -4.5[cm]$

Para el caso de las distancias imágenes tenemos:

$s_1' = -4s_1 = -4 \cdot (-7{,}5) = 30cm$ y $s_2' = 4s_2 = 4 \cdot (-4{,}5) = -18cm$

c) El diagrama de ray



Problema 2.

2.- Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geoestacionario).

a) ¿Cuál debe ser el radio de su órbita?
b) ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita?
c) ¿Cuál es la energía mecánica en dicha órbita?

Datos: G = 6,67 · 10^{-11} N m2 kg^{-2}; M_T = 5,96 · 10^{24} kg; R_T = 6371 km

Solución:

a) Cuando un cuerpo se encuentra en una órbita alrededor de un planeta sometido a la atracción gravitatoria de este, la aceleración es la centrípeta y, entones, podemos escribir la segunda ley de Newton como:

$$F_{gravedad} = m\, a_{centrípeta} \Longrightarrow G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$$

y despejando, se obtiene la velocidad; $v = \sqrt{G\frac{M}{R}}$

Por otro lado, de la relación entre el periodo del planeta y su velocidad podemos, podemos obtener el radio:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \rightarrow R = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.98\cdot 10^{24}\cdot (24\cdot 60\cdot 60)^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 4.22\cdot 10^7\ m$$

b) Denominando E_{COM} a la energía que hay que suministrar al satélite para situarlo en órbita. De la conservación de la energía, tenemos:

$$E_P + E_{COM} = E_{Orb} \rightarrow -G\frac{Mm}{R_T} + E_{COM} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}$$

Y despejando,

$$E_{COM} = GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right) = 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.98\cdot 10^{24}\cdot 20\left(\frac{1}{6371000} - \frac{1}{2\cdot 4.22\cdot 10^7}\right) = 1.154\cdot 10^9\ J$$

c) Por último, la energía mecánica en la órbita viene dada por:

$$E_M = \frac{1}{2}U = -\frac{1}{2}6.67\cdot 10^{-11}\cdot\frac{5.98\cdot 10^{24}\cdot 20}{4.22\cdot 10^7} = -9.42\cdot 10^7\ J$$

Cuestión 1.

1.- Se hace incidir luz monocromática, procedente de un láser de He-Ne, sobre una superficie de potasio. El láser tiene 3 mW de intensidad y una longitud de onda de 632 nm, mientras que la superficie tiene un trabajo de extracción de 2,22 eV. Determine la energía de los fotones ¿Se producirá emisión fotoeléctrica?, ¿qué ocurrirá si aumentamos la intensidad del láser de He-Ne? Justifique sus respuestas.

Datos: h = 6,63 · 10^{-34} Js ; c = 3 · 10^{8} m/s ; 1 eV = 1,602 · 10^{-19} J ; 1 nm = 10^{-9}m

Solución:

a) El trabajo de extracción en unidades del sistema internacional será:

$$2.2[eV]\,\frac{1.602\cdot10^{-19}[J]}{1[eV]} = 3.5\cdot10^{-19}[J]$$

La energía de los fotones del láser He-Ne será entonces:

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda} = 6.63\cdot10^{-34}\,\frac{3\cdot10^{8}}{632\cdot10^{-9}} = 3.15\cdot10^{-19}[J]$$

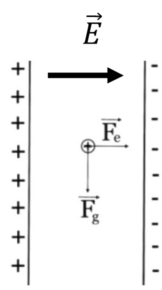
Como vemos, la energía de los fotones del láser es menor que la energía del trabajo de extracción con lo que no puede producirse emisión electrónica ya que los fotones no tienen la energía necesaria.

b) Si aumentamos la intensidad del láser no ocurrirá nada, ya que la radiación continuará sin tener la energía suficiente como para arrancar electrones porque no ha aumentado la frecuencia de sus fotones. Seguirá sin producirse emisión de electrones.

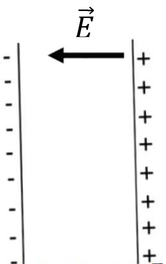
Cuestión 2.

2.- Entre dos placas cargadas plano-paralelas dispuestas verticalmente existe un campo eléctrico uniforme **E** en la dirección horizontal, además del campo gravitatorio **g**. Se coloca una partícula de masa m y carga q entre las placas y se deja en reposo. Realice el diagrama de fuerzas que actúa sobre la partícula y describa el movimiento, y para esto, considere que la partícula pueda tener carga positiva o negativa, y que el campo eléctrico puede estar orientado hacia la derecha o hacia la izquierda.

Solución:



La carga positiva se mueve hacia la derecha y hacia abajo.
Para una carga negativa, la fuerza estaría dirigida hacia la izquierda, y se movería hacia la izquierda y hacia abajo

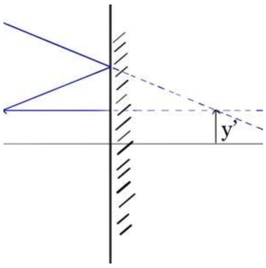


La carga positiva se mueve hacia la izquierda y hacia abajo.
Para una carga negativa, la fuerza estaría dirigida hacia la derecha, y se movería hacia la derecha y hacia abajo

Cuestión 3.

3.- Enuncie las Leyes de Snell sobre la reflexión. Aplíquelas para explicar la formación de imágenes en un espejo plano.

Solución:



Primera ley de Snell para la reflexión: el rayo incidente, el rayo reflejado y la normal a la superficie de separación de dos medios se encuentran en el mismo plano.

Segunda ley de Snell para la reflexión: el ángulo de incidencia y el ángulo reflejado son iguales.

En el caso de un espejo plano, la formación de una imagen se obtiene aplicando las leyes de Snell como se indican en la figura. La imagen que se forma es virtual, derecha y del mismo tamaño que el objeto.

Cuestión 4.

4.- Una nave interestelar parte hacia la estrella Sirio situada a 8,7 años luz de la tierra viajando a una velocidad de 0,85 c. Calcule el tiempo (expresado en años) que invierte la nave en alcanzar dicha estrella según los relojes terrestres y según los relojes de a bordo.

Solución:

Calculamos la distancia a la que se encuentra la estrella en metros.

$$d = 8.7\ t(s)_{1\ año}\ c = 8.7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^8\ m = 8.2 \cdot 10^{16} m$$

a) El tiempo que tarda en llegar para los observadores terrestres será entonces:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{8.2 \cdot 10^{16}}{0.85 \cdot 3 \cdot 10^8} = 321568627.5\ s = 10.19\ años$$

b) Para los relojes de la nave (que sufren la dilatación temporal) marcarán:

$$t' = \sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)} \cdot t = \left(\sqrt{1 - 0.85^2}\right) \cdot 10.19 = 5.39\ años$$